

Modelado de corrientes inducidas en un material no lineal

Martín Maas, Javier Etcheverry, Gustavo Sánchez
Tenaris REDE AR
Campana, Buenos Aires, Argentina,
jetcheverry@tenaris.com

Resumen

Las corrientes inducidas se utilizan como técnica de inspección no destructiva para hallar defectos en materiales conductores. También, como método de control de calidad, permitiendo separar piezas malas de buenas analizando los cambios de impedancia producidos por alteraciones de forma y/o de propiedades de las mismas. En el caso de materiales ferromagnéticos la no linealidad del material y su comportamiento histerético le agregan tanto una complejidad adicional a la interpretación de las señales obtenidas como una capacidad adicional de discriminación utilizando los armónicos superiores de la frecuencia de excitación. En este trabajo se reportan resultados experimentales obtenidos para una bobina alrededor de un tubo de acero, y una comparación con los resultados obtenidos numéricamente utilizando COMSOL. La validación positiva de códigos numéricos permitirá explorar detalladamente mediante simulaciones la dependencia de la señal obtenida con la geometría de la inspección y el material inspeccionado, y con las propiedades electromagnéticas de este último.

1. Introducción

Numerosas tecnologías operan sobre el principio de las corrientes inducidas. La mayoría de los aceros son materiales ferromagnéticos, y presentan un comportamiento fuertemente no lineal e histerético y por lo tanto se hace difícil conocer el efecto que producen diferentes equipos industriales que operan en este régimen. Para modelar correctamente este fenómeno hace falta considerar, además de las ecuaciones de Maxwell, algún modelo sobre las propiedades del material en el que se inducen las corrientes, teniendo en cuenta que la escala de interés es macroscópica.

De los modelos existentes, para este trabajo se eligió el desarrollado por Jiles-Atherton en ⁽¹⁾ y extendido al caso vectorial en ⁽²⁾ por ser un modelo con pocos parámetros libres con significado físico y por la relativa simplicidad de la identificación de dichos parámetros en base a mediciones experimentales.

2. El modelo de Jiles-Atherton

En el modelo de J-A ⁽¹⁾, la magnetización se representa como la suma de una componente irreversible (M_i), debido al desplazamiento de las paredes de los dominios magnéticos, y otra reversible. En el caso reversible, la relación entre M y H seguiría una curva llamada anhisterética (M_{an}). El origen de la histéresis serían defectos en el

material que impiden el movimiento de las paredes de los dominios y obstruyen los cambios en la magnetización. En lo que sigue, seguiremos la generalización del modelo escalar al caso vectorial de Bergqvist ⁽²⁾. En el caso escalar, una expresión para la magnetización es:

$$dM = \frac{1}{k\delta} [(M_{an} - M)dH_e]^+ + c \frac{dM_{an}}{dH_e}$$

donde k es el coeficiente de anclaje (*pinning*), $H_e = H + \alpha M$ es el campo efectivo que afecta a los dipolos, α la constante de campo medio, c un parámetro ajustable adimensional, y $\delta = \text{sgn}(d(H_e)/dt)$. Esta ecuación, junto con la función anhisterética (de Langevin):

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right]$$

definen el modelo escalar de Jiles-Atherton que se utilizó en este trabajo. En ⁽²⁾ se propone una generalización vectorial de este modelo. La diferencia $M_{an} - M_i$ se puede interpretar como una fuerza que impide moverse a las paredes de los dominios, y k la resistencia a cambios. En el caso vectorial uno puede suponer que $M_{an} - M_i$ es una fuerza, ahora vectorial, y que el *pinning* k ahora es un tensor de orden 2, representando una posible anisotropía. Definiendo:

$$\chi = k^{-1} \cdot (M_{an} - M),$$

el modelo resulta:

$$dM = \cdot / \cdot \cdot \cdot^{-1} (\cdot \cdot dH_e)^+ + c \cdot dM_{an} \cdot$$

Si por ejemplo consideramos un caso isótropo en las coordenadas r y z , y disponemos de un campo H con componentes H_r, H_z , tenemos

$$\frac{dM_r}{dt} = \left((M_{an_r} - M_r) \cdot dH_{e_r} + (M_{an_z} - M_z) \cdot dH_{e_z} \right)^+ \frac{1}{k} \frac{(M_{an_r} - M_r)}{\|M_{an} - M\|} + c \cdot dM_{an_r} \cdot,$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \left((M_{an_r} - M_r) \cdot dH_{e_r} + (M_{an_z} - M_z) \cdot dH_{e_z} \right)^+ \frac{1}{k} \frac{(M_{an_z} - M_z)}{\|M_{an} - M\|} + c \cdot dM_{an_z} \cdot$$

3. Estimación de parámetros según datos experimentales

Se dispone de datos de permeabilidades iniciales y conductividades, medidos según la técnica de ACPD (Alternate Current Potential Drop) de 4 puntos ⁽³⁾, y de lazos mayores de histéresis medidos con un histeresímetro. Interesa calcular cuáles serían los parámetros de J-A que mejor ajustan estos datos experimentales. Como se cuenta con el dato de la permeabilidad inicial de un acero, resulta de interés poder despejar analíticamente este parámetro del modelo, y de este modo obtener la posibilidad de una

comparación detallada con experimentos en el rango lineal y con el resultado del modelado en el régimen lineal, mucho más sencillo. Derivando y tomando límite, $dM_i=0$ cerca del origen, se obtiene:

$$x_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{M=0, H=0} = \frac{c \cdot M_s}{3a} \left(1 - \alpha \frac{c \cdot M_s}{3a} \right)^{-1}.$$

Por lo tanto, si interesa escribir por ejemplo el parámetro c en función de a , M_s , α y x_{in} hay que encontrar un cero de

$$f(c) = x_{in} - \frac{c \cdot M_s}{3a} \left(1 - \alpha \frac{c \cdot M_s}{3a} \right)^{-1}.$$

Ajustando adecuadamente este valor, se obtiene la posibilidad de una comparación detallada con experimentos en el rango lineal. Luego, hace falta determinar los otros 4 parámetros con la información contenida en el lazo mayor de histéresis. Se plantea entonces un problema de optimización no lineal, que fue resuelto con el algoritmo de Levenberg-Marquardt ⁽⁴⁾, por ser un método robusto (lejos de un mínimo se comporta como el descenso por gradiente) y eficiente cerca de un mínimo, donde la convergencia es super-lineal. Las ecuaciones diferenciales del modelo escalar son resueltas en cada iteración, y el gradiente de la función objetivo es aproximado por diferencias finitas. Fue implementado en MATLAB.

En la solución de este problema es importante considerar qué rangos de campo y qué valores físicos son importantes que el modelo ajuste con precisión, y adoptar una solución de compromiso donde el peso de los factores más relevantes sea mayor. Esta elección se verá expresada en la función objetivo elegida para el problema de minimización mencionado anteriormente. Se decidió, además del residuo cuadrático en cada uno de los puntos, poner un peso de 1/3 al campo coercitivo (H_c) y de 1/3 a la magnetización residual (M_R). El detalle de la curva resultante para 2 aceros utilizados en la validación se muestra en la Figura 1.

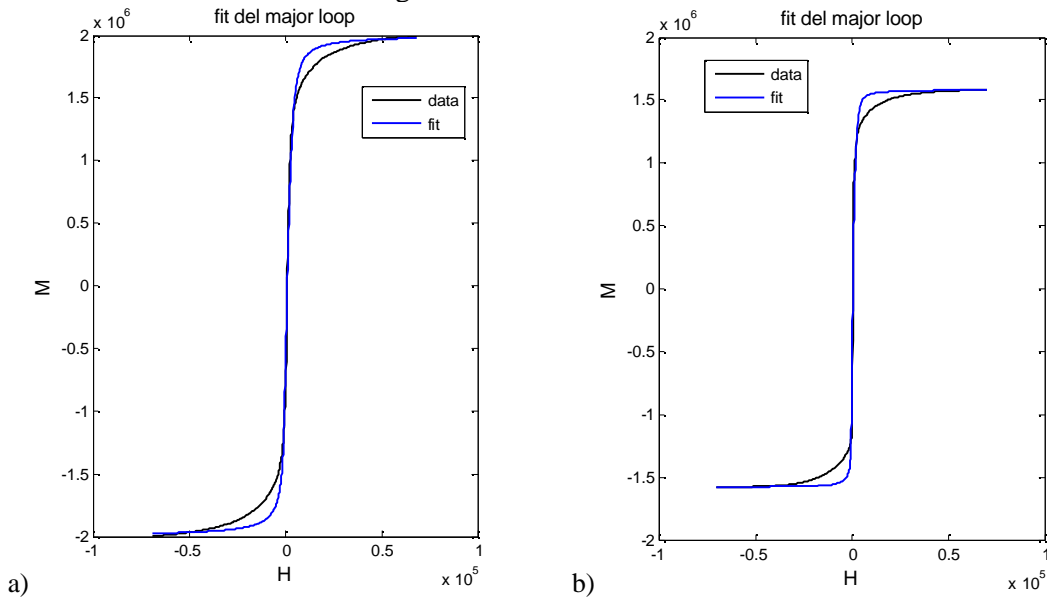


Figura 1: Rama ascendente del lazo mayor de histéresis, y su ajuste con el modelo de Jiles y Atherton. a) acero as-rolled, b) acero templado y revenido.

4. Jiles-Atherton en Comsol Multiphysics, caso axisimétrico

Para acoplar las ecuaciones de Maxwell con el modelo de Jiles-Atherton en el paquete Comsol Multiphysics, se define una relación constitutiva $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{B})$ que vincule las dos modelos. De este modo, COMSOL invierte por su cuenta el modelo $M(H)$ y resuelve el sistema acoplado. En la Figura 2 se muestra, por ejemplo, el campo eléctrico resultante para la geometría elegida del tubo y la bobina. Se observa la presencia de corrientes inducidas en el acero ($\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$).

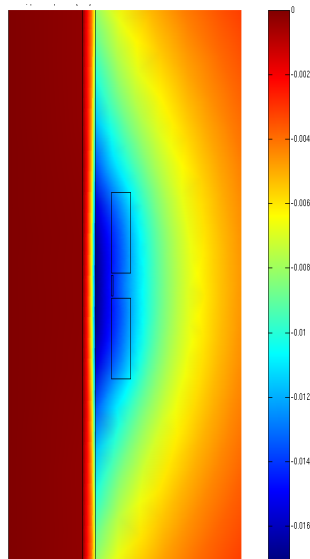


Figura 2. Campo eléctrico circunferencial obtenido en simetría cilíndrica. El tubo está circundado por una bobina de excitación dividida en dos bobinados.

5. Validación del modelo

Se midieron las impedancias y sus terceros armónicos para 2 tubos de diámetro exterior 89.4 mm, espesor de pared 6.7 mm y largo 1400 mm, uno de un acero sin tratamiento (as-rolled) y el otro templado y revenido, para diferentes niveles de corriente y barriendo un rango de frecuencias, y se comparó con los resultados arrojados por el modelo implementado en COMSOL. La geometría responde a la mostrada en la Figura 2.

Las mediciones se hicieron alimentando el bobinado primario (compuesto por los dos bobinados mostrados en la Figura) con una fuente de corriente Kepco ML20/20, controlada mediante una referencia sinusoidal generada por un amplificador lock-in. Con este último instrumento se midió la tensión generada en un bobinado secundario (representado por el delgado rectángulo que hace de puente entre ambos bobinados del primario en la Figura 2), y alternativamente la corriente utilizando un derivador de corriente (*shunt*), para verificar que la fuente estuviera proporcionando la corriente esperada y no introdujera demasiada distorsión. La máxima tensión que puede entregar la fuente limita la corriente a frecuencias altas (ya que la impedancia de la carga crece con la frecuencia). De este modo, la frecuencia máxima alcanzada depende de la intensidad de la corriente establecida. En los resultados que se muestran a continuación, dichos valores fueron 2 A, 1 A, 0.5 A y 0.25 A.

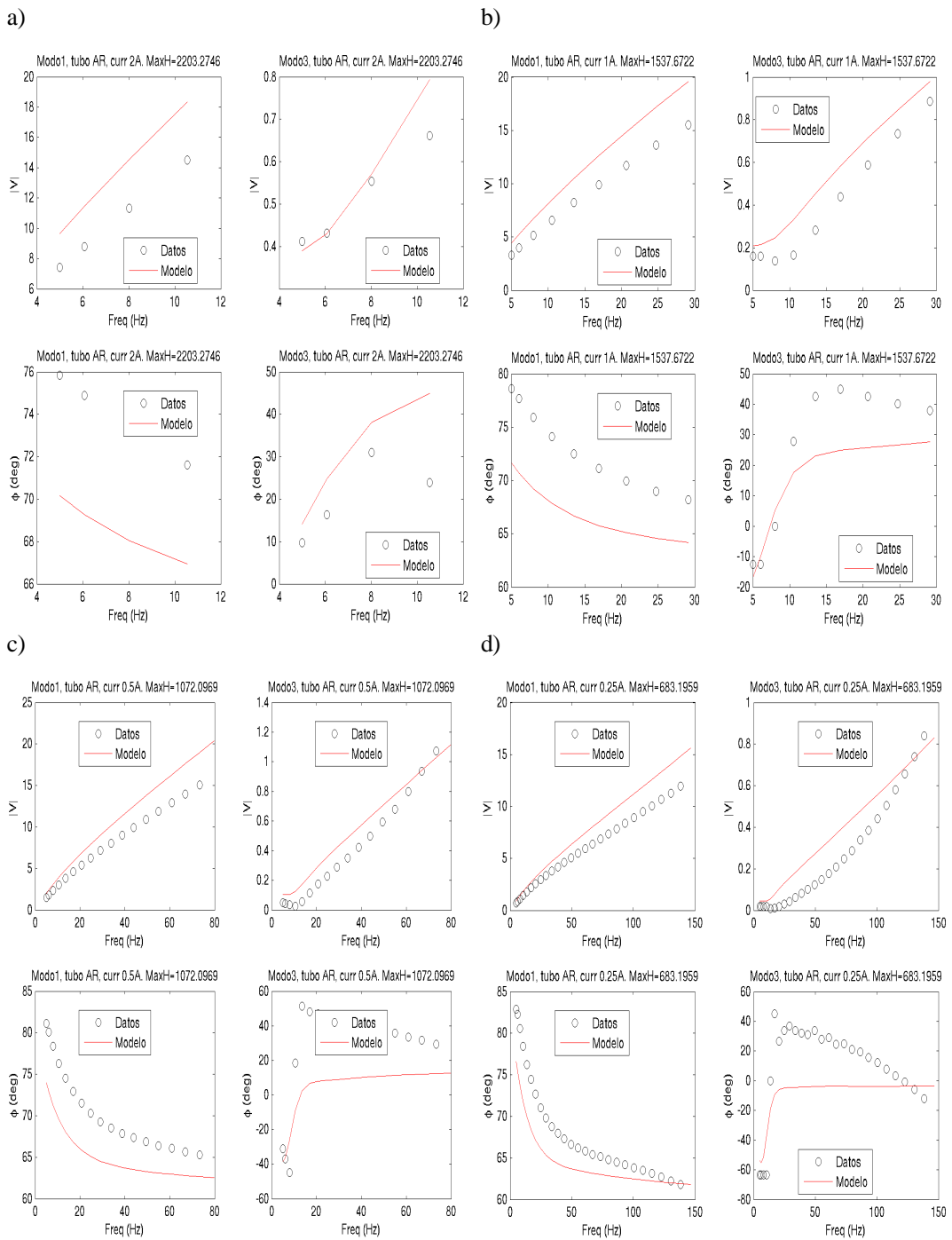


Figura 3. Comparación de módulo y fase entre la tensión medida en el secundario y la calculada con el modelo de Jiles y Atherton. En cada caso se muestran cuatro gráficos, correspondientes al valor eficaz y la fase de la primera y tercera armónicas. Acero as-rolled. a) 2 A, b) 1 A, c) 0.5 A, d) 0.25 A.

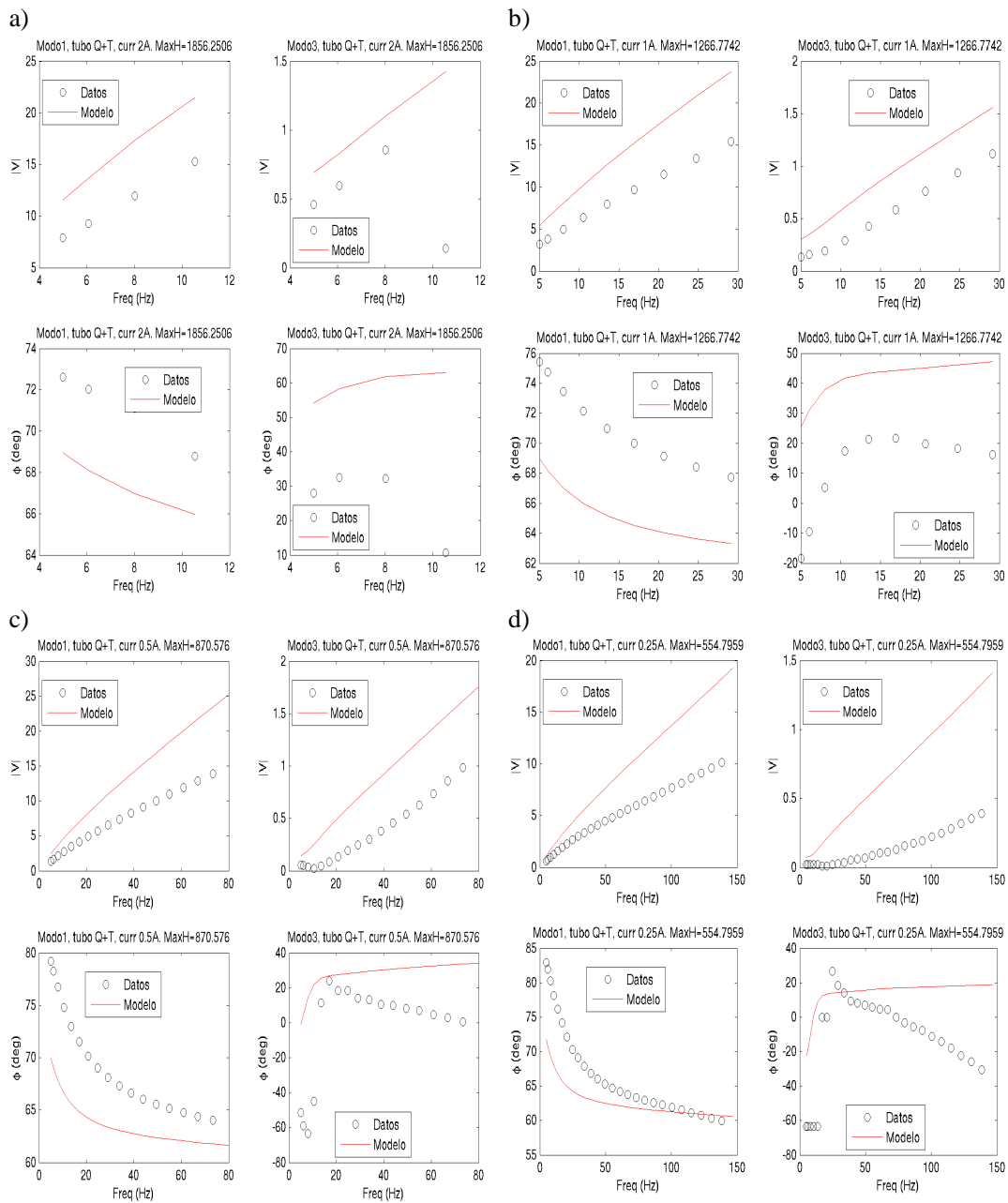


Figura 4. Comparación de módulo y fase entre la tensión medida en el secundario y la calculada con el modelo de Jiles y Atherton. En cada caso se muestran cuatro gráficos, correspondientes al valor eficaz y la fase de la primera y tercera armónicas. Acero templado y revenido. a) 2 A, b) 1 A, c) 0.5 A, d) 0.25 A.

La comparación entre predicciones del modelo de Jiles y Atherton y los resultados experimentales se muestra en las Figuras 3 y 4. Para cada una de las cuatro corrientes, se muestran el valor eficaz y la fase en el secundario como función de la frecuencia, discriminados en primera y tercera armónicas. Se observa una concordancia

satisfactoria entre los resultados numéricos y experimentales, teniendo en cuenta las incertidumbres involucradas en el experimento. Estas incluyen las relacionadas con las propiedades físicas del acero en cuestión, las asociadas con la geometría (el tubo no es ideal, ni está perfectamente centrado en la bobina) y las asociadas con los detalles constructivos de la bobina, cuyas dimensiones y distribución de espiras son sólo aproximadamente conocidas.

Se observa que la predicción es mejor en el caso de los aceros as-rolled, lo que posiblemente señala el hecho de que el ajuste del modelo de Jiles y Atherton es significativamente mejor en el caso de aceros con una curva B-H más suave (caso as-rolled) que en el caso de una transición brusca entre saturación negativa y positiva (caso templado y revenido). En el caso templado y revenido (si bien el rango de frecuencia se amplía a corrientes más bajas) el ajuste es mejor a corrientes altas que a bajas. Esta característica podría ser esperable, ya que el ajuste del modelo de Jiles y Atherton sólo tiene en cuenta la permeabilidad inicial (rango que sería significativo para corrientes sustancialmente más pequeñas que 0.25 A) y el lazo mayor de histéresis. De este modo, no hay realmente ninguna información sobre los lazos menores de histéresis para excitaciones que no lleguen al campo coercitivo.

6. Conclusiones

La concordancia entre los resultados experimentales obtenidos y las predicciones numéricas es satisfactoria, y suficientemente adecuada para explorar la dependencia de los armónicos superiores de la frecuencia de excitación con la corriente aplicada, las características del acero, etc. También es evidente cierta limitación del modelo, en cuanto no es capaz de aproximar adecuadamente las transiciones extremadamente bruscas en la curva B(H) que observamos en los aceros templados y revenidos. Sin embargo, gracias a su relativa simplicidad, parecen adecuados para investigar la optimización del uso de los equipos de inspección electromagnética que operan en este régimen de excitaciones grandes presentes en las líneas de producción.

Referencias

1. D. C. Jiles, D. L. Atherton, 'Theory of ferromagnetic hysteresis', J. of Magnetism and Magnetic Materials, 61, 48-60, 1986.
2. A. J. Bergqvist 'A simple vector generalization of the Jiles-Atherton model of hysteresis', IEEE Trans. on Magn., 32, 5, 4213-4215, 1996.
3. G. Sánchez, J. Etcheverry, N. Bonadeo. 'Experimental determination of the electric conductivity and magnetic permeability of different steels and its application to the prevention of steel mixings in a pipe mill'. Review of Progress in Quantitative Non-Destructive Evaluation, Vol 28B, pág. 1291-1294.
4. J. J. Moré. 'The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory', Numerical Analysis, Lecture Notes in Mathematics 630, Springer-Verlag, 105-116, 1977.